EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….**069**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul numărului complex $(3+i)^4$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\sin a$ dacă $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos a = \frac{3}{5}$.

(4p) **c)** Să se determine partea reală a numărului complex $(\cos\pi + i\cdot\sin\pi)^{10}$.

(4p) **d)** Să se determine măsura unghiului format de vectorii $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ și $\vec{v} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\cos B$ în triunghiul ABC dacă $AB = AC = 10$ și $BC = 12$.

(2p) **f)** Să se determine numărul punctelor de intersecție dintre cercul de ecuație $x^2 + y^2 = 8$ și dreapta de ecuație $x + y = 0$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se determine $x, y \in \mathbf{R}$ astfel încât $(x-1)^2 + (x-y+3)^2 = 0$.

(3p) **b)** Să se arate că ecuația $x^2 - (a+2)x + 2a = 0$ are rădăcini reale, $\forall\, a \in \mathbf{R}$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\log_3 9^5$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale pozitive inecuația $\sqrt{x} \ge 4$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $2^n + n^2 > 10$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = e^x + \sin x + x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{f'(n)}{f(n)}$.

SUBIECTUL III (20p)

În mulțimea $M_2(\mathbf{C})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbf{Z} \right\}$ şi matricele

$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ şi $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(4p) **a)** Să se verifice că $O_2 \in G$ şi $I_2 \in G$.

(4p) **b)** Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.

(4p) **c)** Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A + B \in G$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $X \in G$, atunci $\det(X) \neq 2$.

(2p) **e)** Să se găsească două matrice $C, D \in G$, $C, D \neq I_2$, astfel încât $C \cdot D = I_2$.

(2p) **f)** Să se găsească două matrice $P, Q \in G$, $P, Q \neq O_2$ astfel încât $PQ = O_2$.

(2p) **g)** Să se găsească o matrice $M \in G$, cu proprietatea $\det(M) = 2007$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$.

(4p) **c)** Să se arate că $f(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se arate că funcția f este strict descrescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se determine ecuația asimptotei spre $-\infty$ la graficul funcției *f*.

(2p) **f)** Să se arate că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

(2p) **g)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.